ARTICLE HISTORY: Received: May 3, 2021 Accepted: June 24, 2021 Published: July 3, 2021

ИЗУЧЕНИЕ ЗНАНИЙ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ОБЪЯСНЕНИЯ РАЗНИЦЫ МЕЖДУ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ СОВЕТОМ И ШКОЛЬНОЙ ПРАКТИКОЙ С ПОМОЩЬЮ СВЯЗУЮЩИХ ЗАДАНИЙ

Магсар Р., Хадбаатар Б.
Преподаватели Педагогическая института Монгольского национального университета образования

LEARNING KNOWLEDGE OF TEACHERS OF MATHEMATICS TO EXPLAIN THE DIFFERENCE BETWEEN THEORETICAL ADVICE AND SCHOOL PRACTICE WITH THE HELP OF LINKING ASSIGNMENTS

Magsar R., Hadbaatar B.
Teachers of the Mongolian Pedagogical Institute national university of education

Аннотация. Это исследование основано на теории, согласно которой математические связи устанавливаются при решении заданий разными способами при изучении и преподавании математики. На основе индивидуальных опросов с 12 учителями средних школ в Монголии и двух групповых встреч мы показали, что разница между теоретическими советами и школьной практикой в многозадачной среде зависит от базового качества знаний учителей. Выявлена сложная взаимосвязь между разными типами знаний учителей.

Abstract. This research is based on the theory that mathematical connections are established by solving problems in different ways in the study and teaching of mathematics. Based on one-on-one interviews with 12 secondary school teachers in Mongolia and two group meetings, we showed that the difference between theoretical advice and school practice in a multitasking environment depends on the basic quality of the teachers' knowledge. A complex relationship has been revealed between different types of teachers' knowledge.

Ключевые слова: Учителя математики. Задачи объединяющие несколько решений. Знания учителя. Педагогическая практика.

Keywords: Teachers of mathematics. Tasks that combine several solutions. Knowledge of the teacher. Teaching practice.

---

1. Введение

Было обнаружено, что учителю сложно научить множеству решений задач, чтобы развить взаимосвязанные математические знания учащихся. Разное понимание какой-либо темы или разных тем предмета в программе математики, а также задачи, которые можно решать разным способом определяются как задачи объединяющие несколько решений (НР)

Давайте рассмотрим три типа задач объединяющие несколько решений (НР) на основе трех типов математических связей. Они включают: А: Связи, основанные на сходствах и различиях между разными описаниями одной и той же концепции (пример: задача 2). В: Взаимосвязь между различными математическими понятиями и правилами (пример: задача 3).

С: Взаимосвязь между различными разделами математики (например, задача 5).

2. Теоретическая основа

Это исследование основано на теоретическом понимании того, что математические связи, включая различные понятия математики, их свойства и отношения между описаниями, являются важной частью математической концепции (например, Hiebert and Carpenter 1992; Skemp 1987). Рассмотрели два типа математических понятий в Scamp (1987), которые важны для изучения и развития математики: реляционный и инструментальный. Мы используем понятие инструментальный, чтобы применить определенное правило к заданию, без знаний, почему и как оно сформулировано. Без понятия реляционный, понятие инструментальный не может дать понять о том, как применять знания, понятия и правила в новых ситуациях. Понятие реляционный включает взаимосвязи между различными понятиями математики, которые помогают учащимся развиваться на основе их предыдущих знаний и создают интерес у учащихся относительно любых математических идей, которые могут быть связаны друг с другом. Соединение математических идей означает решение сложных математических проблем путем сопоставления идей, которые могут быть связаны с новыми идеями, и нахождения знакомых математических понятий и правил, которые могут помочь в новых случаях.

3. Методы

3.1 Учителя

В исследовании приняли участие 12 учителей математики Монгольских средних школ (3–12 классов). Три учителя начальных классов, четыре учителя средних классов и пять учителей старших классов. Трое учителей имели опыт работы менее 5 лет, а остальные - более 10 лет. Шесть учителей имели степень магистра в области математического образования, а шесть - степень бакалавра учителя математики. Все учителя принявшие участие в исследовании, участвовали добровольно.

3.2 Инструменты

В рамках исследования были проведены опросы. После опросов учителя приняли участие в 56-часовом тренинге, главной части исследования, посвященного задачам объединяющие несколько решений (НР). Первые две встречи были посвящены групповым обсуждениям, одной из частей исследования. Дискуссия подтвердила результаты опроса и помогла лучше понять задачи объединяющие несколько решений.

3.2.1 Опросы

Для изучения теоретических знаний учителей было предложено объяснить два варианта решения задания, привести примеры задач, которые можно решить по-разному, а также решить определенные задания разным способом (таблицы 1 и 2). Чтобы проверить педагогические знания учителей, их попросили высказать свое мнение о возможности использования задачи объединяющие несколько решений (НР) в классе (таблица 1).

Таблица 1.

Основные вопросы опроса.

1. Что вы думаете о “решение задач разными способами”?

2. Привести пример математической задачи, которую можно решить разными способами?

3. Как решение задач разными способами может способствовать изучению / преподаванию математики в школе?

4. Решить следующие задачи разными способами (найдите как можно больше способов). См. Таблицу 2.

Математические задачи, использованные в опросе (Таблица 2). Задачи были выбраны на основе следующей значимости :

(1) Задания, которые охватывают множество тем и могут быть рассмотрены разными способами для изучения теоретических знаний учителей.

(2) Для изучения источников знаний учителей в учебниках решались различные методы (задачи 1 и 4) и были выбраны другие задачи.

(3) Чтобы сосредоточить внимание на знаниях учителей учебной программы, были выбраны

решения, связанные с учебной программой, которые распространены в учебниках (например, Решение 1 задач 2, 3, 5), и решения, которые редко встречаются в учебниках (Решение 4 задачи 5; Решение 1, 2 , 3 задачи 2; Решение 3 задачи 3).

Таблица 2.

Задачи, использованные в опросе

	Задачи	Решение задач	Взаимосвязь
	Решить неравенство $x^2 < 25$.	Система неравенства Метод разложения на множители $(x-5)(x+5) < 0$ Модульный расчет $\|x\|) < 0$ По квадрату функции: Алгебраический метод Графический метод	Различные описания Различные алгебраические темы
	Дорж и Мишээл прошли путь от вокзала до отеля. Они начали путь одновременно. Дорж прошел половину времени своего пути со скоростью v1 и со скоростью v2 другую половину. Мишээл прошла половину своего пути со скоростью v1 , а другую наполовину со скоростью v2. Кто из них первым дошел до отеля, Дорж или Мишээл?	Логическое мышление /Разъяснение / Иллюстрация задачи Графическое мышление Алгебраическое вычисление См. Приложение 1.	Различные представления одного и того же понятия

	Диагонали равнобедренной трапеции ABCD перпендикулярны. Дозать, что высота трапеции равна ее средней линии.	Теорема о средней линии трапеции и о равнобедренном прямоугольный треугольнике Теорема о средней линии четырёхугольника и диагонали квадрата См. Приложение 1	Свойства разных понятий геометрии - разные теоремы
	Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=6 \end{cases}$	Замена Сложить График Симметрия Матрица	Различные описания Разные техники Различные темы по алгебре Другой раздел математики
	Четырехугольник ABCD входит в окружность. Диагональ AC- есть диаметр окружности. Угол A равен 60 градусам. Обозначим угол BAC через α. При каком значении α у четырехугольника ABCD будет максимальная площадь?	Найти максимальное и минимальное значения на основе вычислений Используйте качество тригонометрической функции Геометрическое вычисление / качество круга / Качество симметрии	Другие разделы геометрии
	Сумма первых 17-ти членов арифметической прогрессии равна 1207. Если разница в последовательности равна 7, найдите первый член.	Формула арифметической прогрессии Арифметический метод	Различные теоремы по алгебре

Каждую из задач, которые мы используем, можно решить разным способом с помощью школьной математики. Поэтому мы считаем, что все их решения просты и понятны учителям. Опросы проводились индивидуально с учителями, подготовленными для этого исследования.

3.2.2 Две встречи

После индивидуального опроса у нас были проведены две групповые встречи с учителями. Их цель была та же - определить знания и убеждения учителя о задачах объединяющие несколько решений, и их роли в школьной математике. На протяжении двух встреч и всего урока мы создавали среду обучения, которая позволяла учителям мыслить творчески, чтобы углубить свои знания, что было ключевым требованием Куни (1994).

На первой встрече учителя совместно обсудили значение задач объединяющие несколько решений и выполнили задания опроса. После представления решений учителей попросили подготовить примеры связанные с задачами объединяющие несколько решений (ЗО) для представления на второй встрече. Вторая встреча была посвящена примерам учителей и их решениям.

4. Результаты

Все цитаты из этого раздела взяты из опроса. Цитаты представляют собой типичный вариант ответов других учителей, не упомянутых в этой статье.

4.1 Решение задач

Задание “Решение задач” было разработано для проверки базовых знаний учителей по предмету. Их способность решать проблемы и способы объяснить эти задачи показали, что их основные знания были сосредоточены на учебной программе. Во время опроса и двух встреч учителя часто автоматически генерировали решения, изложенные в учебной программе, и, хотя они знали, что доступны дополнительные решения, их было трудно найти и показать, как видно из следующего опроса с учителем Батом.

Задача 3 Диагональ равнобедренной прямоугольной трапеции ABCD перпендикулярна. Докажите, что высота трапеции равна ее средней линии.

Бат [1.1]: Не знаю. Нарисуем высоту вот так ...

Интервьюер: Где?

Бат [1.2]: нарисуйте диагональную точку пересечения (см. Решение 1, см. Схему 1 в Прил. 1).

Интервьюер: Почему?

Бат [1.3]: ... Если высоко нарисовать можно пересечь точку A или точку пересечения диагоналей. Но почему диагонали составляют 90° друг с другом ?! Итак ... лучше рисовать через пересечение диагоналей. Вероятно, угол образования диагонали здесь составляет 45°. В этом случае, это даст нам решение!

Интервьюер: Есть другое решение?

Бат [1.4]: Конечно, должно быть другое решение ... В геометрии всегда есть несколько вариантов.

Интервьюер: Вы можете придумать другое решение?

Бат [1.5]: Тригонометрию лучше не использовать.

Бат легко нашел простые учебные решения [1.1] - [1.3]; Однако, несмотря на то, что он знал о дополнительных решениях [1.4], его попытки не увенчались успехом.

Таблица 3.

Имена учителей / Засекречены /	Степень образования	Классы в которых преподает	Количество проработанных лет	Задачи с одним решением, рекомендованные в учебной программе				Задачи с разными решениями, в рамках учебной программы		
				Задание 2/ Текстовые задания с описанием	Задание 3/ Геометрия	Задание 5 / Максимальное, Минимальное /	Задание 6 / Последовательность /	Задание 4 / Линейные уравнения	Задание 1 * / Квадратное уравнение	Количество заданий, для которых учителя нашли как минимум два решения
Сурэн	МА	1	10		2	2"	2	3	3	5
Рагчаа	МА	2	10			2"	2	3	3	4
Болд	МА	8	10	2"			2"	4"	*	3*
Туяа	МА	9	10	2"		2"		3	3	3
Сараа	МА	12	10				2"	3	2	3
Мягмар	МА	11	10					2	2	2
Тамир	БА	7	5	2"				3	*	2*
Энхээ	БА	8	10					3	2	2
Орхон	БА	12	10					3	3	2
Чимгээ	БА	7	5					3	2	2
Оюун	БА	9	5					3	*	1*
Магнай	БА	11	10					2		1
Количество дополнительных решений				3	1	3	4	23	12	
				11				35		
Количество дополнительных программных решений				3		3	2	1		
				8				1		

Отличительные знаки:

* - 3 из 12 учителей не объяснили задание 1.

" - единственное решение, которое смог объяснить учитель дополнительной программы.

МА – степень магистра учителя математики

БА – степень бакалавра учителя начального классов

В таблице 3 приведены результаты работы учителей по шести заданиям в процессе опроса. Задания 2, 3, 5 и 6, которые часто связаны с конкретными решениями учебной программы, редко решались более чем одним способом, и ни один из учителей не смог решить эти задания более чем двумя способами. Напротив, Задачи 1 и 4, которые предусматривают несколько решений в учебной программе, рассматривались почти всеми учителями более чем одним способом, и в большинстве случаев учителя выдвигали три решения по каждому из этих заданий (Таблица 3).

Таким образом, результаты задания “привести пример” при его решении “решение задания” поддерживают задачу. В любом случае учебная программа по математике и другие официальные документы (например, тесты) являются одним из основных источников для учителей, чтобы они могли принимать решения и приводить примеры. При проверке подхода учителей к заданию “привести пример” дополнительным источником знаний стала практика в классе.

4.2 Смысл решения задач разными способами

Учителя предлагают разные толкования о задачах объединяющие несколько решений. Такие как:

(a) Используйте разные описания концепций (Форма A),

(b) Используйте разные методы (инструменты) для решения задания (Форма B),

(c) Решать задания с использованием различных отраслевых инструментов (Тип С).

Шесть из 12 учителей объяснили, что они решили задание разным способом, используя разные описания. Их толкования были тесно связаны с их методом преподавания математики, включая использование формул, графиков функций или решение задач с помощью уравнений с одной или двумя переменными (оба рекомендуются в учебной программе).

Шесть учителей (трое из которых не упомянули другие описания) использовали разные инструменты для решения задач объединяющие несколько решений. Иногда это было связано с использованием различных теорем для решения геометрических задач, различных вспомогательных структур, различных тригонометрических формул или систем для вычисления систем линейных уравнений и нахождения минимального значения квадратичной функции. По словам учителей, примеры, представленные задачи объединяющие несколько решений, были похожи и часто копировались из темы обучения или урока. Смысл задач объединяющие несколько решений решать задачи с использованием инструментов, относящихся к разным темам, в рамках одного урока математики или используя инструменты из разных ее областей (по мнению пяти учителей). Большинство учителей объяснили одно или два значения задач объединяющие несколько решений (пять учителей - одно, четыре учителя - два, два учителя - три значения). Однако, как группа, они охватили различные типы задач объединяющие несколько решений, которые были включены в наше теоретическое обсуждение. Поэтому во всех групповых обсуждениях им было уместно получить широкое объяснение задач разными способами.

4.3 Взгляды учителей о задачах объединяющие несколько решений в обучении математике

Учителя выразили различные мнения о потенциальных преимуществах задач объединяющие несколько решений в обучении математике.

В заключении все учителя заявили, что решение задач разными способами положительно повлияет на изучение математики, но некоторые скептически относятся к эффективности задач объединяющие несколько решений для учеников с низкой успеваемостью. Что касается смысла решения проблем разными способами, большинство преподавателей рассматривают только одно, два или три преимущества задач объединяющие несколько решений. Как группа, учителя предложили множество причин использовать задачи объединяющие несколько решений. В ходе обсуждения в группе каждый участвовал в совместной оценке потенциальных преимуществ и помог выявить общую картину. Размышления учителей о потенциальных преимуществах компакт-диска ориентированы на успех. Размышления учителей о потенциальных преимуществах выполнения заданий, отражающие многозадачность, направлены на успех. Эта точка зрения является распространенным выражением педагогических знаний, движимых, прежде всего, чувством ответственности учителей перед своими учениками (Кеннеди 2002).

По выполнению заданий в ходе опроса было обнаружено, что практика преподавания математики оказала сильное влияние на подход учителей. Было выявлено, что учителя различались по степени успеха, в решении множества различных типов задач и по типам ими предлагаемых решений. Учителя редко использовали более одного подхода к конкретному решению в учебной программе, и ни один из них не рассматривал это задание более чем двумя способами (Таблица 3).

Во время опроса и двух встреч учителя часто создавали автоматизированные решения в соответствии с учебной программой, и, хотя они знали, что они существуют, им было трудно описать дополнительные решения. Их знания в основном основывались на том факте, что учащимся предлагали различные решения на уроках геометрии. Педагогический характер обсуждения задач учителей по решению проблем был еще одним свидетельством того, что их реальные знания предмета были встроены в их педагогическую практику. Учителя часто обсуждают способы обучения этого вопроса, а не решают их напрямую.

Практический эффект обучения учителей математических рассуждений также очевиден в их желании представить примеры задачи объединяющие несколько решений. Эти примеры взяты из педагогической практики, разработаны на основе примеров, созданных их собственными учениками и обнаруженные в рамках предмета учебной программы. Около половины этих примеров были темами учебной программы, которые разными способами решали задание; Остальные примеры задач объединяющие несколько решений, учителя приводили вспомнив о заданиях выполненные учениками.

Это исследование подтвердило нашу первую гипотезу о том, что эффективным инструментом для анализа математических знаний учителей (согласно изданиям Зазкиса и Лейкина) является проверка способностей учителей создавать математические примеры оперативно. В то же время, было выявлено, что задача “Привести пример” проверяет педагогические способности и знание содержания учебной программы учителей. Результаты этого исследования согласуются с предыдущими фактами того, что примеры являются эффективным дидактическим инструментом (Watson and Mason 2005) и неотъемлемой частью интерпретации подготовки учителей (Leinhardt 1993).

Во время опроса большинство учителей нервничали, когда их просили предоставить пример задач объединяющие несколько решений. Согласно Лейнхардту (1993) приведенный пример без затруднений, является показателем навыков учителей. Опрос показал, что примеры задач объединяющие несколько решений, приведенные учителями, часто были расплывчатыми. Этот результат является еще одним свидетельством того, что задачи объединяющие несколько решений не являются частью педагогических навыков учителей, их эффективной и творческой деятельности, а также отсутствует в словарном запасе.

Список литературы

1. Хиберт Дж. И Карпентер Т. П. (1992). Учиться и преподавать с пониманием. В D. A. Grouws (Ed.), Справочник исследований по преподаванию и обучению математике (стр. 65–97). Нью-Йорк: Макмиллан.
2. Скемп Р. Р. (1987). Психология обучения математике. Хиллсдейл, Нью-Джерси: Эрлбаум.
3. Кеннеди, М. М. (2002). Знания и обучение. Учитель и преподавание: теория и практика, 8, 355–370.
4. Шульман, Л. С. (1986). Те, кто понимает: знание роста в обучении. Педагогический исследователь, 5 (2), 4–14.
5. Лейнхардт Г. (1993). Об обучении. В книге Р. Глейзера (ред.), “Достижения в педагогической психологии” (том 4, стр. 1–54). Хиллсдейл, Нью-Джерси: Эрлбаум.

References

1. Hebert J. & Carpenter T.P. (1992). Learn and teach with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), Spravochnik issledovaniy po prepodavaniyu i obucheniyu matematike (pp. 65–97). New York: Macmillan.
2. Skemp R. R. (1987). Psikhologiya obucheniya matematike. Hillsdale, NJ: Earlbaum.
3. Kennedi, M. M. (2002). Znaniya i obucheniye. Uchitel' i prepodavaniye: teoriya i praktika, 8, 355–370.
4. Shul'man, L. S. (1986). Te, kto ponimayet: znaniye rosta v obuchenii. Pedagogicheskiy issledovatel', 5 (2), 4–14.
5. Leynkhardt G. (1993). Ob obuchenii. V knige R. Gleyzera (publ.), “Dostizheniya v pedagogicheskoy psikhologii” (Vol. 4, pp. 1–54). Hillsdale, NJ: Earlbaum.